Admitere * Universitatea Politehnica din Bucureşti 2012
Disciplina: Algebră şi Elemente de Analiză Matematică
Varianta A

1. Să se calculeze determinantul $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix}$. **(5 pct.)**

   a) $D = 5$; b) $D = 4$; c) $D = 2$; d) $D = 1$; e) $D = 0$; f) $D = 3$.

2. Să se calculeze $I = \int_0^1 (x^2 - x)dx$. **(5 pct.)**

   a) $I = \frac{2}{3}$; b) $I = 0$; c) $I = \dfrac{1}{2}$; d) $I = -\dfrac{1}{6}$; e) $I = 2$; f) $I = 6$.

3. Fie numărul complex $z = 1 + 2i$. Atunci: **(5 pct.)**

   a) $|z| = 0$; b) $|z| = \sqrt{5}$; c) $|z| = \sqrt{7}$; d) $|z| = 6$; e) $|z| = 4$; f) $|z| = -1$.

4. Suma soluţiilor ecuaţiei $x^2 - x - 2 = 0$ este: **(5 pct.)**

   a) 1; b) 2; c) $\sqrt{2}$; d) 3; e) 0; f) 5.

5. Calculaţi $E = C_5^2 + C_5^3$. **(5 pct.)**

   a) $E = 20$; b) $E = 10$; c) $E = 2$; d) $E = -5$; e) $E = 0$; f) $E = 15$.

6. Soluţia reală a ecuaţiei $\frac{2}{3}x - \frac{x-1}{2} = x$ este: **(5 pct.)**

   a) -1; b) 0; c) $-\frac{1}{11}$; d) 1; e) $\frac{2}{7}$; f) $\frac{3}{5}$.

7. Să se rezolve sistemul $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + 2y = 4. \end{cases}$ **(5 pct.)**

   a) $x = 4, y = 0$; b) $x = 5, y = -4$; c) $x = 0, y = -1$;
   d) $x = -1, y = 3$; e) $x = -2, y = -2$; f) $x = 2, y = 1$.

8. Fie matricele: $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Să se determine matricea $C = AB - BA$. **(5 pct.)**

   a) $C = \left(\begin{smallmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{smallmatrix}\right)$; b) $C = \left(\begin{smallmatrix} -5 & 1 \\ -9 & 5 \end{smallmatrix}\right)$; c) $C = \left(\begin{smallmatrix} -7 & -5 \\ 0 & 1 \end{smallmatrix}\right)$; d) $C = \left(\begin{smallmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 5 \end{smallmatrix}\right)$; e) $C = \left(\begin{smallmatrix} 1 & 6 \\ -4 & 3 \end{smallmatrix}\right)$; f) $C = \left(\begin{smallmatrix} 2 & 7 \\ 9 & -2 \end{smallmatrix}\right)$.

9. Ecuaţia $\sqrt{x-1} + x = 7$ are soluţia: **(5 pct.)**

   a) $x = 0$; b) $x = -1$; c) $x = 1$; d) $x = 5$; e) $x = 2$; f) $x = 6$.

10. Să se rezolve ecuaţia $2^{x+1} = 8$. **(5 pct.)**

    a) $x = 2$; b) $x = 5$; c) $x = 3$; d) $x = 4$; e) $x = -3$; f) $x = 0$.

11. Fie polinomul $f = X^3 - 3X^2 + 2X$. Dacă x_1, x_2, x_3 sunt rădăcinile polinomului f, atunci $E = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ este egală cu: **(5 pct.)**

    a) -2; b) 5; c) -4; d) 4; e) 2; f) 7.

12. Fie $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $h(x) = x^3 - 3x$. Atunci $h'(1)$ este: **(5 pct.)**

    a) $\frac{3}{4}$; b) 0; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{2}{3}$; e) -4; f) $-\frac{2}{3}$.

13. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $|x - 1| = 3$ este: **(5 pct.)**

    a) $\{5\}$; b) $\{5, 7\}$; c) $\{3\}$; d) $\emptyset$; e) $\{0, 1\}$; f) $\{-2, 4\}$.

14. Fie funcţia $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + x + 2, & x < 0 \\ x + m, & x \geq 0 \end{cases}$. Determinaţi $m \in \mathbb{R}$ pentru care funcţia f este continuă. **(5 pct.)**

    a) $m = 5$; b) $m = 7$; c) $m = 4$; d) $m = 2$; e) $m = 11$; f) $m = 1$.

15. Fie $E = \sqrt{4} + \sqrt[3]{8} + \sqrt[4]{16}$. Atunci: **(5 pct.)**

    a) $E = 1$; b) $E = 12$; c) $E = 7$; d) $E = 6$; e) $E = 3$; f) $E = 28$.

16. Mulţimea valorilor lui $m \in \mathbb{R}$ pentru care ecuaţia $2\ln|x| = mx^2 + 1$ are două soluţii reale distincte este: **(5 pct.)**

a) $m \in (-\infty, 0] \cup \{\frac{1}{e^2}\}$; b) $m \in (-\infty, \frac{1}{e^2}]$; c) $m \in [\frac{1}{e^2}, +\infty)$;

d) $m \in \{\frac{1}{e^2}\} \cup (1, e]$; e) $m \in (-\infty, -\frac{1}{e^2}] \cup [\frac{1}{e^2}, 1]$; f) $m \in (-\infty, 1)$.

17. Fie funcţia $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $g(x) = \displaystyle\int_0^{x^2} e^{t^2} dt$. Atunci: **(5 pct.)**

a) g are două puncte de extrem; b) g este descrescătoare; c) g este crescătoare;

d) g este convexă; e) $g'(0) = 7$; f) g este concavă.

18. Pentru $m \in \mathbb{C} \backslash \{0\}$ se defineşte legea de compoziţie:

$$z_1 * z_2 = mz_1z_2 - im(z_1 + z_2) - m + i, \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}.$$

Să se calculeze suma modulelor valorilor lui m pentru care simetricul elementului $1+i$ este $2+i$. **(5 pct.)**

a) $\sqrt{3}$; b) $\sqrt{2}$; c) $\sqrt{5}$; d) 2; e) 1; f) 4.