Admitere * Universitatea Politehnica din Bucureşti 2018
Disciplina: Algebră şi Elemente de Analiză Matematică
M2 * Varianta A

1. Să se calculeze determinantul $D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$. **(6 pct.)**

   a) $D = 11$; b) $D = 4$; c) $D = 14$; d) $D = 1$; e) $D = 0$; f) $D = 3$.

2. Fie $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$ şi fie funcţia derivabilă $f : (a, b) \to \mathbb{R}$, cu derivata f' funcţie continuă. Ştiind că $f'(x) + (f(x))^2 + 1 \geq 0$, $\forall x \in (a, b)$ şi că $\lim\limits_{\substack{x \to a \\ x > a}} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{\substack{x \to b \\ x < b}} f(x) = -\infty$, decideţi care dintre următoarele afirmaţii este cea adevărată: **(6 pct.)**

   a) $b - a \in \left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$; b) $b - a \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$; c) $b - a \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right)$; d) $b - a \in \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$; e) $b - a \in [\pi, \infty)$; f) $b - a \in \left(0, \frac{\pi}{6}\right)$.

3. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x + e^x$. Să se calculeze $f'(0)$. **(6 pct.)**

   a) 2; b) -2; c) 3; d) -5; e) 4; f) 0.

4. Fie $A = \{|z^n + \frac{1}{z^n}| \mid n \in \mathbb{N},\ z \in \mathbb{C},\ z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0\}$. Să se determine suma pătratelor elementelor mulţimii A. **(6 pct.)**

   a) 7; b) 5; c) 10; d) 9; e) 1; f) 4.

5. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Să se calculeze determinantul matricei A^2. **(6 pct.)**

   a) 9; b) 16; c) 15; d) 25; e) 4; f) 0.

6. Suma soluţiilor reale ale ecuaţiei $x^3 - 3x^2 - 5x = 0$ este: **(6 pct.)**

   a) 5; b) 3; c) 6; d) -5; e) 7; f) 8.

7. Să se rezolve sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x - y = 2 \\ x - 3y = 0 \end{cases}$ în mulţimea numerelor reale. **(6 pct.)**

   a) $x = 3$, $y = 1$; b) $x = -3$, $y = 5$; c) $x = 1$, $y = 2$; d) $x = 2$, $y = 1$; e) $x = 1$, $y = 3$; f) $x = y = 2$.

8. Suma pătratelor soluţiilor ecuaţiei $x^2 + x - 2 = 0$ este: **(6 pct.)**

   a) 2; b) 4; c) 7; d) 10; e) 5; f) 1.

9. Mulţimea soluţiilor reale ale ecuaţiei $\sqrt{x+3} - x = 1$ este: **(6 pct.)**

   a) $\{1\}$; b) $\{3, 4\}$; c) $\{-1, 3\}$; d) $\emptyset$; e) $\{-2, 3\}$; f) $\{-3, 0\}$.

10. Să se rezolve ecuaţia $2^{x+1} = 16$. **(6 pct.)**

    a) $x = 4$; b) $x = -1$; c) $x = 6$; d) $x = \frac{1}{2}$; e) $x = 2$; f) $x = 3$.

11. Să se rezolve inecuaţia $7x + 2 > 5x + 4$. **(6 pct.)**

    a) $x \in (-4, -3)$; b) $x \in \emptyset$; c) $x \in (-\infty, -4)$; d) $x \in (1, \infty)$; e) $x \in (-3, 0)$; f) $x \in (0, 1)$.

12. Să se determine $x \in \mathbb{R}$ astfel încât numerele $2, 4, x$ (în această ordine) să fie în progresie geometrică. **(6 pct.)**

    a) $x = 18$; b) $x = 14$; c) $x = 8$; d) $x = 9$; e) $x = 11$; f) $x = 5$.

13. Fie polinomul $f = 1 + \sum\limits_{k=0}^{100} \frac{(-1)^{k+1}}{(k+1)!} X(X-1)\ldots(X-k)$. Dacă S este suma rădăcinilor reale ale lui f, iar T este suma rădăcinilor reale ale lui f', atunci $S - T$ este egal cu: **(6 pct.)**

    a) 50; b) 52; c) 55; d) 51; e) 54; f) 53.

14. Fie funcţia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = |x|e^{-x}$. Fie n numărul punctelor de extrem local şi m numărul punctelor de inflexiune ale funcţiei f. Care dintre următoarele afirmaţii este cea adevărată? **(6 pct.)**

    a) $n + m = 4$; b) $n - m = 2$; c) $3n - 2m = 4$; d) $n + 2m = 5$; e) $3n + 2m = 5$; f) $n - 2m = 1$.

15. Să se rezolve ecuaţia $\log_3(x - 1) = 2$. **(6 pct.)**

    a) $x = 3$; b) $x = 14$; c) $x = 8$; d) $x = 11$; e) $x = 10$; f) $x = 7$.