Admitere * Universitatea Politehnica din Bucureşti 2019
Disciplina: Algebră şi Elemente de Analiză Matematică
M1 * Varianta A

1. Să se determine mulţimea valorilor lui $a \in \mathbb{R}$ astfel încât ecuaţia $\ln(1+2x) - x^2 = a$ să aibă o singură soluţie strict negativă. **(6 pct.)**

   a) $a \in (-e,\ e)$; b) $a \in (0,\ \ln 2)$; c) $a \in (-1,\ \ln 2)$; d) $a \in (-\infty,\ 0)$; e) $a \in \left(0,\ \ln 2 - \frac{1}{4}\right)$; f) $a \in \left(\frac{1}{2}\ ,\ \ln 3\right)$.

2. Valoarea determinantului $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$ este: **(6 pct.)**

   a) -1; b) 0; c) 5; d) 1; e) -2; f) 2.

3. Pentru $r > 0$, fie mulţimea $M = \{z \in \mathbb{C}\ ;\ |z| = 1 \text{ şi } |z - 3i| = r\}$. Fie $A = \{r > 0\ ;\ M \text{ are un singur element}\}$. Să se determine suma S a elementelor mulţimii A. **(6 pct.)**

   a) $S = 6$; b) $S = 5$; c) $S = 4$; d) $S = 2$; e) $S = 8$; f) $S = 12$.

4. Ştiind că numerele x, $x+1$, $x+3$ sunt în progresie geometrică (în această ordine), atunci: **(6 pct.)**

   a) $x = 3$; b) $x = -1$; c) $x = 1$; d) $x = -2$; e) $x = 4$; f) $x = 2$.

5. Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ şi $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Dacă $X = A + 2B$, să se calculeze determinantul matricei X. **(6 pct.)**

   a) -10; b) 14; c) -14; d) 10; e) 20; f) -20.

6. Fie P un polinom cu coeficienţi reali astfel încât $P(1) + P(2) + \ldots + P(n) = n^5$, pentru orice număr natural $n \geq 1$. Să se calculeze $P\left(\frac{3}{2}\right)$. **(6 pct.)**

   a) $\frac{225}{49}$; b) $\frac{121}{16}$; c) $\frac{114}{31}$; d) $\frac{47}{15}$; e) $\frac{91}{17}$; f) $\frac{169}{25}$.

7. Dacă a, b şi c sunt determinate astfel încât să aibă loc egalitatea $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^5} \displaystyle\int_0^x (a + b\cos t + c\cos 2t)dt = \dfrac{1}{5}$, să se calculeze $S = |a| + |b| + |c|$. **(6 pct.)**

   a) $S = 16$; b) $S = 18$; c) $S = 14$; d) $S = 24$; e) $S = 20$; f) $S = 22$.

8. Produsul soluţiilor ecuaţiei $\sqrt{1-x} + \sqrt{x} = 1$ este: **(6 pct.)**

   a) 0; b) 2; c) -1; d) 1; e) $\frac{1}{3}$; f) $\frac{1}{2}$.

9. Fie ecuaţia $x^3 + x^2 - 2x = 0$. Suma S a soluţiilor reale este: **(6 pct.)**

   a) $S = 0$; b) $S = 1$; c) $S = -2$; d) $S = 2$; e) $S = -1$; f) $S = 3$.

10. Soluţia ecuaţiei $4^{x-1} = 16$ este: **(6 pct.)**

    a) $x = -2$; b) $x = 4$; c) $x = 5$; d) $x = 2$; e) $x = 0$; f) $x = 3$.

11. Să se rezolve ecuaţia $\log_5 (x-1) = 1$. **(6 pct.)**

    a) $x = 11$; b) $x = 0$; c) $x = 4$; d) $x = 1$; e) $x = 6$; f) $x = 3$.

12. Pe muţimea $A = \mathbb{R} \backslash \{1\}$ se defineşte legea de compoziţie $x * y = 2xy - 2(x+y) + c$, unde c este un număr real. Ştiind că legea de compoziţie " $*$ " defineşte pe A o structură de grup comutativ, să se determine simetricul elementului $x = 4$. **(6 pct.)**

    a) $\frac{15}{13}$; b) $\frac{11}{6}$; c) $\frac{12}{11}$; d) $\frac{12}{5}$; e) $\frac{13}{12}$; f) $\frac{11}{7}$.

13. Să se rezolve sistemul de ecuaţii $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$. **(6 pct.)**

    a) $x = 2, \quad y = 2$; b) $x = -1, \quad y = 5$; c) $x = -2, \quad y = -3$; d) $x = 4, \quad y = 0$; e) $x = 1, \quad y = 3$; f) $x = 0, \quad y = 4$.

14. Fie polinomul $f = X^2 + 2X + 3$. Să se calculeze $S = f(x_1) + f(x_2) + f(x_3)$, unde x_1, x_2, x_3 sunt soluţiile complexe ale ecuaţiei $x^3 - 1 = 0$. **(6 pct.)**

    a) $S = i$; b) $S = 0$; c) $S = -1$; d) $S = 9$; e) $S = 6$; f) $S = 1$.

15. Dacă $f : \mathrm{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x - e^x$, să se calculeze $f'(0)$. **(6 pct.)**

    a) -1; b) 3; c) 1; d) 0; e) 2; f) -2.