1. Ştiind $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$, atunci $\sin^2 x$ este: **(6 pct.)**

   a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{1}{2}$; d) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; e) $\frac{1}{8}$; f) $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

   Soluţie. Folosind prima formulă trigonometrică fundamentală $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, obţinem:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}. \text{ⓑ}$$

2. Valoarea expresiei $E = \frac{\operatorname{ctg} 30^\circ \cdot \cos 90^\circ}{\sin 15^\circ}$ este: **(6 pct.)**

   a) 1; b) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; d) $\frac{1}{2}$; e) 0; f) $\frac{1}{4}$.

   Soluţie. Se observă că unul dintre factorii numărătorului este nul ($\cos 90^\circ = 0$), deci $E = 0$. ⓔ

   Altfel. Aplicând formula $\sin(x-y) = \sin x \cos y - \sin y \cos x$ pentru $x = 60^\circ$ şi $y = 45^\circ$, obţinem

$$\sin 15^\circ = \sin 60^\circ \cos 45^\circ - \sin 45^\circ \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} \Rightarrow E = \frac{\sqrt{3} \cdot 0}{(\sqrt{3}-1)/(2\sqrt{2})} = 0.$$

   Altfel. Aplicând formula $\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$ pentru $x = 15^\circ$, rezultă

$$\sin^2 15^\circ = \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - (\sqrt{3}/2)}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4},$$

   deci $\sin 15^\circ = \dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$. Folosind formula $\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\dfrac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\dfrac{a-c}{2}}$, unde $c = \sqrt{a^2 - b}$, pentru $a = 2$, $b = 3$ şi varianta cu " $-$ ", obţinem $c = \sqrt{4-3} = 1$ şi

$$\sqrt{a - \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} - \sqrt{\frac{a-c}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} - \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \Rightarrow \sin 15^\circ = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}},$$

   deci $E = \dfrac{\sqrt{3} \cdot 0}{(\sqrt{3}-1)/(2\sqrt{2})} = 0$.

3. Să se determine valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$, ştiind că punctul $A(m, 2)$ aparţine dreptei de ecuaţie $d : 2x + y = 3$. **(6 pct.)**

   a) $\frac{1}{3}$; b) 1; c) 0; d) $\frac{1}{2}$; e) 2; f) 3.

   Soluţie. Punctul A se află pe dreapta d doar dacă coordoatele sale satisfac ecuaţia dreptei. Prin înlocuire directă, obţinem: $2 \cdot m + 2 = 3 \Leftrightarrow 2m = 1$, deci $m = \frac{1}{2}$. ⓓ

4. Se consideră triunghiul ABC în care $AB = 1$, $BC = \sqrt{2}$, $\hat{B} = \frac{\pi}{4}$. Atunci AC este: **(6 pct.)**

   a) $\sqrt{2}$; b) $\frac{1}{4}$; c) $\frac{3}{2}$; d) 1; e) $\frac{1}{2}$; f) 2.

   Soluţie. Cunoaştem unghiul $\hat{B}$ şi laturile aferente din triunghi, AB şi BC, deci aplicăm teorema cosinusului,

$$\cos \hat{B} = \frac{AB^2 + BC^2 - AC^2}{2 \cdot AB \cdot BC} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1 + 2 - AC^2}{2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3 - AC^2}{2\sqrt{2}},$$

   de unde rezultă $AC^2 = 1$ şi deoarece $AC > 0$, obţinem $AC = 1$. ⓓ

   Altfel. Considerăm triunghiul dreptunghic isoscel ΔMNP cu unghiurile $\hat{M} = \frac{\pi}{2}$, $\hat{N} = \hat{P} = \frac{\pi}{4}$ şi laturile $MN = MP = 1$, $NP = \sqrt{2}$. Se observă că triunghiurile ΔABC şi ΔMNP sunt congruente (cazul LUL cu $BA = NM = 1$, $BC = NP = \sqrt{2}$ şi $\hat{B} = \hat{N} = \frac{\pi}{4}$), deci $AC = MP = 1$.

   Altfel. Înălţimea BA' dusă din B pe AC are lungimea $BA' = AC \cos \hat{B} = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$. Dar segmentul BA are aceeaşi lungime cu distanţa minimă BA' de la B la AC şi $A' \in AC$, deci $A = A'$. Prin urmare unghiul $\hat{A}$ coincide cu $\widehat{A'}$ şi este de mărime $\frac{\pi}{2}$. Triunghiul dreptunghic ABC este isoscel ($\hat{C} = \hat{A} - \hat{B} = \frac{\pi}{4} = \hat{B}$), deci $AC = AB = 1$.

5. În triunghiul ABC are loc relaţia $\cos\hat{B}+\cos\hat{C}=\sin\hat{B}+\sin\hat{C}$. Atunci $\sin\hat{A}$ este: **(6 pct.)**

a) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; b) -1; c) $-\frac{1}{2}$; d) $\frac{1}{2}$; e) 1; f) $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Soluţie. Vom ţine cont în cele ce urmează de inegalităţile $0<\hat{B}+\hat{C}<\pi$, $|\hat{B}-\hat{C}|<\pi$ şi $0<\hat{A}<\pi$. Ridicând la pătrat relaţia din enunţ, aceasta se rescrie:

$$\cos^2\hat{B}+\sin^2\hat{B}-2\sin\hat{B}\cos\hat{B}=\cos^2\hat{C}+\sin^2\hat{C}-2\sin\hat{C}\cos\hat{C}.$$

Aplicând formula trigonometrică fundamentală $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ şi formula de arc dublu $2\sin x\cos x=\sin 2x$ pentru $x=\hat{B}$ şi pentru $x=\hat{C}$, relaţia devine

$$1-\sin 2\hat{B}=1-\sin 2\hat{C}\Leftrightarrow \sin 2\hat{B}-\sin 2\hat{C}=0.$$

Folosind egalitatea $\sin x-\sin y=2\sin\dfrac{x-y}{2}\cos\dfrac{x+y}{2}$ pentru $x=2\hat{B}$ şi $x=2\hat{C}$, obţinem:

$$2\sin(\hat{B}-\hat{C})\cos(\hat{B}+\hat{C})=0. \tag{1}$$

Există două posibilităţi:

(i) $\sin(\hat{B}-\hat{C})=0$, care conduce la

$$\hat{B}-\hat{C}\in\{k\pi\mid k\in\mathbb{Z}\}\Rightarrow\hat{B}-\hat{C}=0\Rightarrow\hat{B}=\hat{C},$$

triunghi isoscel, ceea ce conduce folosind relaţia din enunţ la

$$\cos\hat{B}-\sin\hat{B}=\sin\hat{B}-\cos\hat{B}\Leftrightarrow 2\cos\hat{B}=2\sin\hat{B}-\Leftrightarrow\cos\hat{B}=\sin\hat{B}.$$

Dar $\cos\hat{B}\neq 0$ (altfel, $\cos\hat{B}=0\Rightarrow B=\frac{\pi}{2}$ iar egalitatea $\cos\hat{B}=\sin\hat{B}$ devine $0=1$, fals). Deci împărţind egalitatea $\cos\hat{B}=\sin\hat{B}$ prin $\cos\hat{B}$, obţinem $\operatorname{tg} B=1\Rightarrow\hat{B}=\frac{\pi}{4}$. Însă deoarece $\hat{B}=\hat{C}$, rezultă $B=C=\frac{\pi}{4}\Rightarrow\hat{A}=\pi-(\hat{B}+\hat{C})=\pi-\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$, deci $\sin\hat{A}=1$.

(ii) Dacă $\cos(\hat{B}+\hat{C})=0$, folosind $\hat{A}=\pi-(\hat{B}+\hat{C})$, obţinem $\cos\hat{A}=0\Rightarrow\hat{A}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\sin\hat{A}=1$. În final, obţinem $\sin\hat{A}=1$, e .

Altfel. Folosind formulele $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$ şi $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$ pentru $x=\hat{B}$ şi $y=\hat{C}$, egalitatea din enunţ devine

$$2\cos\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}\cos\frac{\hat{B}-\hat{C}}{2}=2\sin\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}\cos\frac{\hat{B}-\hat{C}}{2}\Leftrightarrow\cos\left(\frac{\hat{B}-\hat{C}}{2}\right)\cdot\left(\cos\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}-\sin\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}\right)=0.$$

Distingem două cazuri: (i) $\cos\frac{\hat{B}-\hat{C}}{2}=0\Leftrightarrow\left|\frac{\hat{B}-\hat{C}}{2}\right|=\frac{\pi}{2}$, deci fie $\hat{B}=\pi+\hat{C}$, fie $\hat{C}=\pi+\hat{B}$, imposibil; (ii) $\cos\dfrac{\hat{B}+\hat{C}}{2}-\sin\dfrac{\hat{B}+\hat{C}}{2}=0$. Folosind egalităţile $\hat{B}+\hat{C}=\pi-\hat{A}$ şi $\cos(\frac{\pi}{2}-x)=\sin x$, $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\cos x$ pentru $x=\frac{\hat{A}}{2}$, rezultă $\cos\dfrac{\hat{A}}{2}=\sin\dfrac{\hat{A}}{2}$ şi cum $\hat{A}\in(0,\pi)\Rightarrow\frac{\hat{A}}{2}\in(0,\frac{\pi}{2})\Rightarrow\cos\frac{\hat{A}}{2}\neq 0$, putem împărţi egalitatea prin $\cos\frac{\hat{A}}{2}\neq 0$, obţinând $\operatorname{tg}\frac{\hat{A}}{2}=1$, deci $\frac{\hat{A}}{2}=\frac{\pi}{4}\Leftrightarrow\hat{A}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow\sin\hat{A}=1$.

Altfel. Folosind formula $\cos x=\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$ pentru $x=\hat{B}$ şin $x=\hat{C}$, urmată de $\sin x-\sin y=2\sin\dfrac{x-y}{2}\cos\dfrac{x+y}{2}$ şi apoi de egalitatea $\hat{B}+\hat{C}=\pi-\hat{A}$, relaţia din enunţ se rescrie:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-\hat{B}\right)-\sin\hat{B}=\sin\hat{C}-\sin\left(\hat{C}-\frac{\pi}{2}\right)\Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\hat{B}\right)\cos\frac{\pi}{4}=2\sin\left(\hat{C}-\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{4}$$

$$\Leftrightarrow\sin\left(\frac{\pi}{4}-\hat{B}\right)-\sin\left(\hat{C}-\frac{\pi}{4}\right)=0\Leftrightarrow 2\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}\right)\cos(\hat{C}-\hat{B})=0.$$

Distingem două cazuri: (i)

$$\sin\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}\right)=0\Leftrightarrow\frac{\pi}{4}-\frac{\hat{B}+\hat{C}}{2}=0\Leftrightarrow\hat{B}+\hat{C}=\frac{\pi}{2}\Leftrightarrow\hat{A}=\frac{\pi}{2};$$

şi (ii) $\cos(\hat{C}-\hat{B})=0 \Leftrightarrow |\hat{C}-\hat{B}|=\frac{\pi}{2}$, deci fie $\hat{C}=\frac{\pi}{2}+\hat{B}$, fie $\hat{B}=\frac{\pi}{2}+\hat{C}$. Dacă $\hat{C}=\frac{\pi}{2}+\hat{B}$ (cazul $\hat{B}=\frac{\pi}{2}+\hat{C}$ se tratează similar), atunci egalitatea din enunţ devine $\cos\hat{B}+\cos(\frac{\pi}{2}+\hat{B})=\sin\hat{B}+\sin(\frac{\pi}{2}+\hat{B})$. Folosind formulele $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos x$ şi $\cos(\frac{\pi}{2}+x)=-\sin x$ pentru $x=\hat{B}$, obţinem $\cos\hat{B}-\sin\hat{B}=\sin\hat{B}+\cos\hat{B} \Leftrightarrow \sin\hat{B}=0$, imposibil deoarece $\hat{B}\in(0,\pi) \Rightarrow \sin\hat{B}>0$. În concluzie, singurul caz care produce soluţii este (i), $\hat{A}=\frac{\pi}{2} \Rightarrow \sin\hat{A}=1$.

6. Aria triunghiului de vârfuri $A(0,0)$, $B(2,0)$, $C(1,1)$ este: **(6 pct.)**

   a) 1; b) $\frac{1}{4}$; c) 2; d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) 4; f) $\frac{1}{2}$.

   Soluţie. Folosind formula ariei $\mathcal{A}$ a triunghiului de vârfuri $A(x_A,y_A)$, $B(x_B,y_B)$, $C(x_C,y_C)$:

$$\mathcal{A}=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}\left|\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}\right|=\frac{1}{2}|2|=1 \text{ (a)}$$

   Altfel. Folosind formula distanţei dintre două puncte din plan, obţinem

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}=\sqrt{(0-2)^2+(0-0)^2}=2,$$

   şi similar, $BC=\sqrt{2}$, $CA=\sqrt{2}$. Este evident că aceste laturi verifcă egalitatea $BC^2+CA^2=AB^2$ deci triunghiul este dreptunghic isoscel şi $\mathcal{A}=\frac{1}{2}AB\cdot BC=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=1$.

   Altfel. Reprezentând grafic cele trei puncte în sistemul cartezian xOy, se observă că acestea determină triunghiul ABC în care înălţimea corespuzătoare bazei $AB=2$ este de lungime $h=1$, deci aria triunghiului este $\mathcal{A}=\frac{b\cdot h}{2}=\dfrac{2\cdot 1}{2}=1$.

7. Să se calculeze $\sin 105°$. **(6 pct.)**

   a) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{2}$; b) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$; c) $\frac{\sqrt{6}}{2}$; d) $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$; e) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; f) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

   Soluţie. Folosind formula $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x$ pentru $x=60°$ şi $y=45°$, obţinem

$$\sin 105°=\sin 60°\cos 45°+\sin 60°\cos 45°=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4},$$

   deci $\sin 105°=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. (d) .

   Altfel. Folosind formula $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\sin y\cos x$ pentru $x=90°$ şi $y=15°$, obţinem

$$\sin 105°=\sin 90°\cos 15°+\sin 15°\cos 90°=\cos 15°.$$

   Din formula de arc pe jumătate $\cos^2 x=\frac{1+\cos 2x}{2}$ aplicată pentru $x=15°$, obţinem

$$\cos 15°=\sqrt{\frac{1+\cos 30°}{2}}=\sqrt{\frac{1+(\sqrt{3}/2)}{2}}=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}.$$

   Rescriem numărătorul folosind formula $\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\dfrac{a+c}{2}}+\sqrt{\dfrac{a-c}{2}}$ cu $c=\sqrt{a^2-b}$, pentru $a=2$, $b=3$ şi obţinem $c=1$ şi

$$\sqrt{2+\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos 15°=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

   În final, $\sin 105°=\cos 15°=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$.

   Altfel. Aplicând formula de unghi dublu $\sin^2 x=\frac{1-\cos 2x}{2}$ pentru $x=105°$ şi formula $\cos(\pi+x)=-\cos x$ pentru $x=30°$, obţinem

$$\sin^2 105°=\frac{1-\cos 210°}{2}=\frac{1+\cos 30°}{2}-\frac{1+(\sqrt{3}/2)}{2}=\frac{2+\sqrt{3}}{4},$$

   deci $\sin 105°=\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Se continuă ca la primul răspuns.

8. Aflaţi valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ astfel încât unghiul format de vectorii $\bar{u} = \sqrt{3}\bar{i} - \bar{j}$ şi $\bar{v} = \bar{i} + m\bar{j}$ să fie $\frac{\pi}{6}$. **(6 pct.)**

   a) 1; b) $\sqrt{5}$; c) $2\sqrt{3}$; d) 3; e) $\sqrt{2}$; f) $-\sqrt{3}$.

   Soluţie. Unghiul $\alpha = \frac{\pi}{6}$ format de cei doi vectori satisface egalitatea

$$\cos\alpha = \frac{\langle \bar{u}, \bar{v}\rangle}{||\bar{u}|| \cdot ||\bar{v}||} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} - m}{2 \cdot \sqrt{1+m^2}} \Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot \sqrt{m^2+1} = \sqrt{3} - m.$$

   Ridicând relaţia obţinută la pătrat, rezultă

$$3(m^2+1) = m^2 - 2m\sqrt{3} + 3 \Leftrightarrow m^2 + m\sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow m(m+\sqrt{3}) = 0 \Leftrightarrow m \in \{0, -\sqrt{3}\}.$$

   Deşi ambele valori obţinute pentru m satisfac egalitatea iniţială, se observă că din enunţ avem condiţia $m \neq 0$, deci singura soluţie acceptabilă este $m = -\sqrt{3}$. f

9. Dreapta ce trece prin punctele $A(0,1)$ şi $B(1,0)$ are ecuaţia: **(6 pct.)**

   a) $x+y=1$; b) $x-y=1$; c) $x+y=0$; d) $x-y=-1$; e) $x-y=0$; f) $x+y=-1$.

   Soluţie. Aplicăm formula dreptei care trece prin punctele A şi B:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A} \Rightarrow \frac{x-0}{1-0} = \frac{y-1}{0-1} \Leftrightarrow x + y = 1. \text{a}$$

   Altfel. Folosim faptul că problema are variante de răspuns de tip grilă (cu o singură variantă corectă). Se observă că coordonatele celor două puncte din enunţ satisfac doar ecuaţia dreptei indicate de varianta a).

10. Distanţa de la punctul $A(2,-1)$ la dreapta de ecuaţie $x - y + 1 = 0$ este: **(6 pct.)**

    a) 1; b) $\sqrt{2}$; c) 2; d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; e) $2\sqrt{2}$; f) 4.

    Soluţie. Folosim formula distanţei δ de la punctul $A(x_A, y_A)$ la dreapta $d: \ ax + by + c = 0$,

$$\delta = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \Rightarrow \delta = \frac{|2+1+1|}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}. \text{c}$$

11. Mulţimea soluţiilor ecuaţiei $\cos 2x + \sin x = 1$ din intervalul $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ este: **(6 pct.)**

    a) $\left\{\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right\}$; b) $\left\{0, \frac{\pi}{2}\right\}$; c) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4}\right\}$; d) $\left\{\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right\}$; e) $\left\{0, \frac{\pi}{6}\right\}$; f) $\left\{0, \frac{\pi}{3}\right\}$.

    Soluţie. Folosind formula de arc dublu $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ şi apoi notând $y = \sin x$, ecuaţia devine

$$(1 - 2y^2) + y = 1 \Leftrightarrow y(2y-1) = 0 \Leftrightarrow y \in \left\{0, \frac{1}{2}\right\}.$$

    Folosind ipoteza $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$, rezultă imediat că $y = \sin x \in [0,1]$, deci ambele soluţii convin. Din egalitatea $\sin x = y$, pentru soluţiile obţinute, rezultă respectiv $x \in \{0, \frac{\pi}{6}\}$, e

12. Determinaţi valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ astfel încât dreptele $d_1 : mx + y - 2 = 0$ şi $d_2 : x - y + 2m = 0$ să fie paralele. **(6 pct.)**

    a) 0; b) $\sqrt{2}$; c) -1; d) $\sqrt{3}$; e) 2; f) 3.

    Soluţie. Dreptele sunt paralele sau confundate doar dacă coeficienţii lui x şi y sunt corespunzător proporţionali, deci

$$\frac{m}{1} = \frac{1}{-1} \Leftrightarrow m = -1.$$

    Dar pentru $m = -1$, proporţionalitatea *tuturor* coeficienţilor celor două drepte revine la egalităţile $\frac{-1}{1} = \frac{1}{-1} = \frac{-2}{-2}$. Ultima egalitate fiind falsă, rezultă că dreptele sunt distincte. În concluzie, pentru $m = -1$ dreptele din enunţ sunt paralele. c

13. Valoarea parametrului $m \in \mathbb{R}$ pentru care vectorii $\bar{u} = m\bar{i} + \bar{j}$ şi $\bar{v} = -\bar{i} + 4\bar{j}$ sunt perpendiculari este: **(6 pct.)**

    a) -1; b) 2; c) 1; d) 0; e) 4; f) -2.

    Soluţie. Cei doi vectori sunt perpendiculari dacă şi numai dacă produsul lor scalar este nul, deci:

$$\langle \bar{u}, \bar{v}\rangle = 0 \Leftrightarrow m \cdot (-1) + 1 \cdot 4 = 0 \Leftrightarrow -m + 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4. \text{e}$$

14. Lungimea razei cercului circumscris unui triunghi echilateral de latură $2\sqrt{3}$ este: **(6 pct.)**

a) 1; b) $\frac{1}{2}$; c) 3; d) 2; e) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; f) $\sqrt{3}$.

Soluţie. Raza R a cercului circumscris triunghiului echilateral reprezintă $2/3$ din înălţimea acestuia (centrul cecului circumscris coincizând cu ortocentrul şi cu centrul de greutate). Dar înălţimea triunghiului echilateral de latură ℓ este $h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$, deci pentru $\ell = \sqrt{3}$, rezultă $h = 3$. Atunci $R = \frac{2}{3}h = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$. ⓓ

15. Se dau vectorii $\bar{u} = 2\bar{i} + 3\bar{j}$ şi $\bar{v} = -2\bar{i} + 3\bar{j}$. Atunci vectorul $2\bar{u} - 3\bar{v}$ este: **(6 pct.)**

a) $3\bar{j}$; b) $2\bar{j}$; c) $\bar{i} + \bar{j}$; d) $10\bar{i} - 3\bar{j}$; e) $8\bar{i}$; f) $4\bar{i} + 6\bar{j}$.

Soluţie. Prin calcul direct, grupând coeficienţii vectorilor $\bar{i}$ şi $\bar{j}$, obţinem

$$2\bar{u} - 3\bar{v} = 2(2\bar{i} + 3\bar{j}) - 3(-2\bar{i} + 3\bar{j}) = 10\bar{i} - 3\bar{j}.$$ ⓓ